UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas

Primer parcial de Álgebra Lineal.   28 de agosto de 2024

M. Sc. Harry Charris P.

A

Nombre: ______________________________ **Código:** ________________________

I. En cada caso escoja la (única) opción correcta. N.A significa "ninguna de las anteriores".

1. El conjunto solución del sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 4y = 9 \end{cases}$ es:

   (a) $s = \{(2,3)\}$.   (b) $s = \{(1,1)\}$.

   (c) $s = \{(-4,3)\}$.   (d) N.A.

2. Si $v = (2, -1,1)$ y $w = (4, -2,3)$, entonces la ecuación $3x + 3v = 2w$ tiene como única solución a

   (a) $\left(\frac{5}{3}, -3, \frac{7}{3}\right)$.   (b) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 3\right)$.   (c) $\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}, 3\right)$.   (d) N.A.

3. Una ecuación equivalente a $5x + 7y = 2$ (en $\mathbb{R}^2$) es:

   (a) $15x = 6 - 21y$.   (b) $(5x)^{-2} = (2 - 7y)^2$.   (c) $5x^2 + 7xy = 2x$.   (d) N.A.

4. Para qué valores de λ el sistema $\begin{cases} 2\lambda x + y = 3 \\ \lambda x + \lambda y = 8 \end{cases}$ no tiene solución única:

   (a) 3 y $\frac{4}{5}$.   (b) 0 y 2.   (c) 0 y $\frac{1}{2}$.   (d) N.A.

II. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones aplicando el método de Gauss-Jordan.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ 3x - 2y + z = 5 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

III. La ecuación de una parábola con eje de simetría paralelo al eje Y es de la forma $y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$. Halle, encontrando una ecuación, la parábola, si existe, que pasa por los puntos $P(0,6)$, $Q(-4,2)$ y $R(1,12)$.

Valoración: I: 2.0, II y III: 1.5 Cada uno.

Tiempo máximo: 90 minutos.

Departamento de Matemática y Estadística
CURSO INTERSEMESTRAL DE ALGEBRA LINEAL
EXAMEN 1
Junio 21 de 2024

Nombre: Nota:

Observaciones

Durante la realización del examen no se acepta el uso de calculadoras graficadoras y/o cualquier aparato electrónico. Debe mantener el celular en silencio o apagado. El incumplimiento de esta advertencia será causal de anulación del examen.

1. $[0,5$ pts$]$ La solución de un sistema de ecuaciones lineales está dada por $S = \{(1,-1,5) + t(3,-2,0) + s(2,-1,4)/t, s \in R\}$, una solución particular es

   a) (1,-1,5)
   b) (1,1,5)
   c) (0,0,0)
   d) (2,3,5)

2. $[0,5$ pts$]$ La solución del sistema homogéneo asociado del sistema del item anterior es.

   a) $S = \{(1,-2,0) + t(3,-2,0) + s(2,-1,4)/t, s \in R\}$
   b) $S = \{(8,-3,2) + t(3,-2,0) + s(2,-1,4)/t, s \in R\}$
   c) $S = \{t(1,-4,3) + s(1,1,1)/t, s \in R\}$
   d) $S = \{t(3,-2,0) + s(2,-1,4)/t, s \in R\}$

3. $[0,5$ pts$]$ Dado un sistema homogéneo, se puede inferir que

   a) Tiene única solución
   b) Es inconsistente
   c) Tiene infinitas soluciones
   d) Siempre es consistente

4. $[0,5$ pts$]$ Un valor de λ para que el sistema con matriz ampliada

$$\left(\begin{array}{cc|c} 6 & 2-\lambda & 2\lambda \\ 5+\lambda & \lambda & 3 \end{array}\right)$$

   sea inconsistente es

   a) $\lambda = 2$
   b) $\lambda = -1$
   c) $\lambda = 0$
   d) $\lambda = 1$

5. $[1,0$ pts$]$ Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones usando el método de eliminación de Gauss o de Gauss - Jordan.

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z &= 18 \\ 4x + 5y + 6z &= 24 \\ 3x + y - 2z &= 4 \end{cases}$$

6. $[1,0$ pts$]$ Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   Indique, justificando su respuesta, si la matriz está en forma escalonada reducida. Si no lo está, llévela a dicha forma.

7. $[1,0$ pts$]$ Un pueblo tienes tres industrias primarias: una mina de cobre, un ferrocarril, y una planta de energía eléctrica. Para producir una unidad de cobre (1 euro), la mina gasta 0.20 euros de cobre, 0.1 euros de transporte y 0.2 de energía eléctrica. Para producir un euro de transporte, el ferrocarril requiere 0.1 euros de cobre, 0.1 de transporte y 0.4 de energía eléctrica. La planta eléctrica destina 0.2 de cobre, 0.2 de transporte, y 0.3 de energía eléctrica. Suponer que durante un año hay una demanda externa de 1.2 millones de euros de cobre, 0.8 millones de euros de transporte y 1.5 millones de euros dd energía. ¿Cuánto debe producir cada industria para satisfacer la demanda total? Establezca el sistema de ecuaciones de acuerdo al módelo de Leontief.

Departamento de Matemática y Estadística
ALGEBRA LINEAL
PRIMER PARCIAL
Agosto 28 de 2024

Nombre: Nota:

Observaciones

Durante la realización del examen no se acepta el uso de calculadoras graficadoras y/o cualquier aparato electrónico. Debe mantener el celular en silencio o apagado. El incumplimiento de esta advertencia será causal de anulación del examen.

1. [0, 5 pts]Dos ecuaciones equivalentes son

   a) $3x - y = 1$ y $3xy - y^2 = y$ en R^2
   b) $3x - y = 1$ y $3x - y + 2 = 3$ en R^2
   c) $3x - y = 1$ en R^2 y $3x - y + 2 = 3$ en R^3
   d) $3x - y = 3$ y $3x^2 - yx = 3x$ en R^3

2. [0, 5 pts] Dado un sistema homogéneo, se puede inferir que

   a) Tiene única solución
   b) Es inconsistente
   c) Tiene infinitas soluciones
   d) Siempre es consistente

3. [0, 5 pts] La solución de un sistema de ecuaciones lineales está dada por $S = \{(1, -1, 5) + t(3, -2, 0) + s(2, -1, 4)/t, s \in R\}$, una solución particular es

   a) (1,-1,5)
   b) (1,1,5)
   c) (0,0,0)
   d) (2,3,5)

4. [0, 5 pts]La solución del sistema homogéneo asociado del sistema del item anterior es.

   a) $S = \{(1, -2, 0) + t(3, -2, 0) + s(2, -1, 4)/t, s \in R\}$
   b) $S = \{(8, -3, 2) + t(3, -2, 0) + s(2, -1, 4)/t, s \in R\}$
   c) $S = \{t(1, -4, 3) + s(1, 1, 1)/t, s \in R\}$
   d) $S = \{t(3, -2, 0) + s(2, -1, 4)/t, s \in R\}$

5. [0, 5 pts] Un valor de λ para que el sistema con matriz ampliada

$$\left(\begin{array}{cc|c} 6 & 2-\lambda & 2\lambda \\ 5+\lambda & \lambda & 3 \end{array}\right)$$

   sea inconsistente es

   a) $\lambda = 2$
   b) $\lambda = -1$
   c) $\lambda = 0$
   d) $\lambda = 1$

6. [1, 0 pts] Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   Indique, justificando su respuesta, si la matriz está en forma escalonada reducida. Si no lo está, llévela a dicha forma.

7. [1, 5 pts] Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones usando el método de eliminación de Gauss o de Gauss - Jordan.

$$\begin{cases} x + y + 2z - 5w = 3 \\ 2x + 5y - z - 9w = -3 \\ 2x + y - z + 3w = -11 \\ x - 3y + 2z + 7w = -5 \end{cases}$$

Parcial I - Fila A

- Este parcial es del tipo elección múltiple con única respuesta. Si lo deseas, puedes adjuntar tu procedimiento. Si tu respuesta es incorrecta, lo revisaré y podré otorgar puntuación parcial si el razonamiento es válido. Asegúrate de que sea claro y organizado.
- La duración del examen es 90 minutos.
- La posesión de dispositivos inteligentes durante el examen se considera un intento de fraude académico. Cualquier forma de fraude académico o su intento será motivo de anulación del examen.

Nombre: ______________________________ NRC: 2297

1. Considere la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Si se aplica la operación por filas $-3F_1 + F_4$ a la fila 4, la nueva matriz resultante es:

a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -6 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -5 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -7 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -8 \end{bmatrix}$

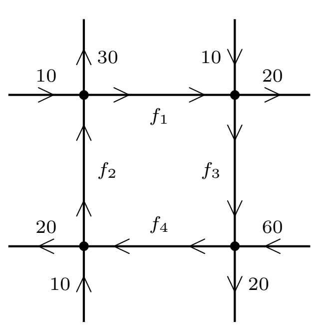
2. Dado el sistema:

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & 2y & - & z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & - & y & - & z & = & 4 \end{array}$$

el valor de la variable x en su solución es:

a) $x = 4$
b) $x = 1$
c) $x = -1$
d) $x = -4$

3. Determinados los flujos de la siguiente red de trafico:



si se corta el flujo f_3, entonces

a) $f_1 = 30$
b) $f_1 = 40$
c) $f_1 = 50$
d) $f_1 = 60$

4. Considere una placa metálica dividida en cuatro regiones:

- La región 1 tiene como vecinos las regiones 2 y 3, y está en contacto con una fuente caliente de $100°C$.
- La región 2 tiene como vecinos las regiones 1 y 4, y está en contacto con una fuente caliente de $60°C$.
- La región 3 tiene como vecinos las regiones 1 y 4, y está en contacto con una fuente caliente de $50°C$.
- La región 4 tiene como vecinos las regiones 2 y 3

En estado estacionario, y utilizando el método de equilibrio térmico, la matriz (ampliada) que modela este problema es:

a) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

Parcial I - Fila A

- Este parcial es del tipo elección múltiple con única respuesta. Si lo deseas, puedes adjuntar tu procedimiento. Si tu respuesta es incorrecta, lo revisaré y podré otorgar puntuación parcial si el razonamiento es válido. Asegúrate de que sea claro y organizado.
- La duración del examen es 90 minutos.
- La posesión de dispositivos inteligentes durante el examen se considera un intento de fraude académico. Cualquier forma de fraude académico o su intento será motivo de anulación del examen.

Nombre: ______________________________ NRC: 2297

1. Considere la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Si se aplica la operación por filas $-3F_1 + F_4$ a la fila 4, la nueva matriz resultante es:

a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -6 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -7 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -5 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -4 & -8 \end{bmatrix}$

2. Dado el sistema:

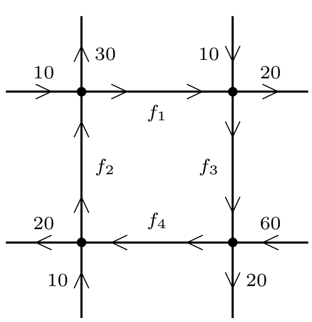
$$\begin{aligned} x - 2y - z &= 3 \\ x + y + z &= 4 \\ x - y - z &= 4 \end{aligned}$$

el valor de la variable x en su solución es:

a) $x = 4$ *c)* $x = -1$

b) $x = 1$ *d)* $x = -4$

3. Determinados los flujos de la siguiente red de trafico:



si se corta el flujo f_3, entonces

a) $f_1 = 10$ *c)* $f_1 = 30$

b) $f_1 = 20$ *d)* $f_1 = 40$

4. Considere una placa metálica dividida en cuatro regiones:

- La región 1 tiene como vecinos las regiones 2 y 3, y está en contacto con una fuente caliente de $100°C$.
- La región 2 tiene como vecinos las regiones 1 y 4, y está en contacto con una fuente caliente de $60°C$.
- La región 3 tiene como vecinos las regiones 1 y 4, y está en contacto con una fuente caliente de $50°C$.
- La región 4 tiene como vecinos las regiones 2 y 3

En estado estacionario, y utilizando el método de equilibrio térmico, la matriz (ampliada) que modela este problema es:

a) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 100 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 60 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 50 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

Solución

1. F_1 :, 1, -2, 3, 4, entonces $-3F_1$:, -3, 6, -9. -12.

$\boldsymbol{-3F_1}$	-3	6	-9	-12
$\boldsymbol{F_4}$	3	-1	5	7
$\boldsymbol{3F_1 + F_4}$	0	5	-4	-5

Por tanto, la respuesta correcta es la opción b).

2. Primero, llevamos la matriz aumentada a una escalonada:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+F_2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2 \longleftrightarrow F_3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-3F_2+F_3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}F_3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

La segunda y tercera fila nos dicen que $y = 1$ y $z = -1$. Si reemplazamos en la primera fila: $x - 2 \times 1 - 1 \times -1 = 3$, es decir, $x = 4$. La opción correcta es a).

3. El modelo matemático para este problema es:

$$\begin{aligned} f_2 + 10 &= f_1 + 30 \\ f_1 + 10 &= f_3 + 20 \\ f_3 + 60 &= f_4 + 20 \\ f_4 + 10 &= f_2 + 20 \end{aligned} \qquad \text{o equivalentemente} \qquad \begin{aligned} -f_1 + f_2 &= 20 \\ f_1 - f_3 &= 10 \\ f_3 - f_4 &= -40 \\ f_4 - f_2 &= 10 \end{aligned}$$

Llevando la matriz ampliada a una matriz escalonada reducida obtenemos que

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 20 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -40 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 10 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -30 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De este sistema tenemos: $f_1 = f_4 - 30$, $f_2 = f_4 - 10$ y $f_3 = f_4 - 40$. Si se corta el flujo f_3 ($f_3 = 0$), entonces $f_4 = 40$ y $f_1 = 10$. La opción correcta es a).

4. Si T_i es la temperatura de la placa $i = 1, 2, 3, 4$, el modelo matemático para este problema es:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{T_2 + T_3 + 100}{3} \\ T_2 &= \frac{T_1 + T_4 + 50}{3} \\ T_3 &= \frac{T_1 + T_4 + 60}{3} \\ T_4 &= \frac{T_2 + T_3}{2} \end{aligned} \qquad \text{o equivalentemente} \qquad \begin{aligned} 3T_1 - T_2 - T_3 &= 100 \\ 3T_2 - T_1 - T4 &= 50 \\ 3T_3 - T_1 - T_4 &= 60 \\ 2T_4 - T_2 - T_3 &= 0 \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es b)

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Álgebra Lineal - Examen Parcial No 1

Nombre: ________________________________ **Febrero 21 de 2025**

Instrucciones

- Lea cuidadosamente cada enunciado. No se le permitirán preguntas.
- Ud. dispone de **60** minutos para responder el examen.
- **La posesión de dispositivos electrónicos no autorizados es considerada una falta muy grave al reglamento de estudiantes (Art. 148).**
- Todas las respuestas deben estar claramente justificadas, de lo contrario no se considerarán válidas.

Preguntas de selección múltiple

En las preguntas 1 a 6 escoja la opción de respuesta que considere correcta, No debe justificar su respuesta.

1. [0.4pts.] Una solución solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 16 \\ -3x + 5y - z = -22 \end{cases}$ es:

   A. $(7, 2, 1)$ B. $(4, -3, -5)$ C. $(-2, 3, 4)$ D. $(5, -2, -3)$

2. [0.4pts.] El sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax + 5y = -1 \\ 3x + (a+2)y = 4 \end{cases}$ **No** tiene solución única si:

   A. $a = 3$ o $a = 5$.
   B. $a = 3$ o $a = -5$.
   C. $a = -3$ o $a = 5$.
   D. $a = -3$ o $a = -5$.

3. [0.4pts.] Si $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right)$ es la matriz ampliada de un sistema lineal 3×3, se puede afirmar que:

   A. El sistema tiene solución única.
   B. El sistema tiene infinitas soluciones con una variable libre.
   C. El sistema no tiene soluciones.
   D. El sistema tiene infinitas soluciones con dos variables libres.

4. [0.4pts.] Si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$ resultó de realizar la operación elemental de fila $f_3 \to f_3 - 2f_1$, de cuál de las siguientes matrices se obtuvo A.

A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -13 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & -11 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -9 & 17 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 4 & 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

5. [0.4pts.] Si $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 5 \end{array}\right)$ es la matriz ampliada de un sistema lineal 3×4, se puede afirmar que:

   A. El sistema tiene solución única.
   B. El sistema tiene infinitas soluciones con una variable libre.
   C. El sistema no tiene soluciones.
   D. El sistema tiene infinitas soluciones con dos variables libres.

Preguntas de desarrollo

6. [3.0pts.] Una fabrica de camisetas publicitarias produce tres tipos de prendas: **suéter tipo polo, camisa manga corta y camisa manga larga.** Cada una ellas requiere distintos tipos de procesamiento en tres plantas: estampado, pegado y bordado. El tiempo, en minutos, necesario para fabricar cada unidad de prenda en cada una de las plantas es el siguiente: El

Prenda	**Estampado**	**Pegado**	**Bordado**
Suéter tipo polo	3	5	4
Camisa manga corta	1	2	2
Camisa manga larga	4	5	2

tiempo diario máximo de operación de la maquinaria de la planta es:

- **Maquinaria de estampado:** 8 horas.
- **Maquinaria de pegado:** 13 horas.
- **Maquinaria de bordado:** 10 horas.

¿Cuántos suéteres y camisetas de cada tipo se pueden producir diariamente para que la maquinaria opere a su máxima capacidad?

Respuestas preguntas de selección múltiple

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D

Universidad del Norte
Departamento de Matemáticas y Estadística

Primer parcial de Álgebra lineal

Docente: Juan Manzur
Tiempo máximo: 90 minutos
Nombre: **Fecha:**

---

1. **(1.2)** En cada caso indique si la proposición dada es verdadera o falsa. Justifique su respuesta.

   a) El sistema
   $$\begin{cases} -3x + 4y = 3 \\ 6x - 8y = 6 \end{cases}$$
   tiene infinitas soluciones.

   b) El conjunto solución del sistema
   $$\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 4x + 8y = 8 \end{cases}$$
   está dado por $S = \{(2 - 2t, t) : t \in \mathbb{R}\}$.

   c) Las rectas $7x - 3y = -3$ y $-9x + 5y = -2$ se intersectan en un único punto.

---

2. **(1.4)** Encuentre la solución del sistema:
$$\begin{cases} 2x & -y & +3z = 5 \\ 2x & +2y & +3z = 7 \\ -2x & +3y & = -3 \end{cases}$$

---

3. **(1.4)** La matriz ampliada de un sistema lineal está dada por
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$
Indique, justificando su respuesta, si la matriz está en la forma escalonada reducida. Si no lo está, llévela a dicha forma y determine el conjunto solución.

---

4. **(1.0)** Describa a través de un sistema de ecuaciones el siguiente problema. **No es necesario resolverlo**.

   - Un viajero que acaba de regresar de Europa gastó \$30 diarios en Inglaterra, \$20 diarios en Francia y \$20 diarios en España por concepto de hospedaje. En comida gastó \$20 diarios en Inglaterra, \$30 diarios en Francia y \$20 diarios en España. Sus gastos adicionales fueron de \$10 diarios en cada país. Los registros del viajero indican que gastó un total de \$340 en hospedaje, \$320 en comida y \$140 en gastos adicionales durante su viaje por estos tres países. Calcule el número de días que pasó el viajero en cada país o muestre que los registros son incorrectos debido a que las cantidades gastadas no son compatibles una con la otra.

Observaciones:

- **La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.**
- **La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.**

Universidad del Norte
Departamento de Matemáticas y Estadística

Primer parcial de Álgebra lineal

Docente: Juan Manzur
Tiempo máximo: 90 minutos
Nombre: **Fecha:**

---

1. a) **(0.4)** Encuentre la solución, si existe, del sistema

$$\begin{cases} -4x + 3y = 6 \\ 8x - 6y = 12 \end{cases}$$

b) **(0.4)** Encuentre la solución, si existe, del sistema

$$\begin{cases} 3x - 9y = 9 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

c) **(0.4) Sin resolver el sistema**, indique si el sistema tiene única solución. Justifique su respuesta.

$$\begin{cases} 5x + 6y = 4 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases}$$

---

2. **(1.4)** Encuentre la solución del sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrl} 2x & -y & +3z & = 5 \\ 2x & +2y & +3z & = 7 \\ -2x & +3y & & = -3 \end{array}\right.$$

---

3. **(1.4)** La matriz ampliada de un sistema lineal está dada por

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

Indique, justificando su respuesta, si la matriz está en la forma escalonada reducida. Si no lo está, llévela a dicha forma y determine el conjunto solución.

---

4. **(1.0)** Describa a través de un sistema de ecuaciones el siguiente problema. **No es necesario resolverlo**.

- Un viajero que acaba de regresar de Europa gastó \$30 diarios en Inglaterra, \$20 diarios en Francia y \$20 diarios en España por concepto de hospedaje. En comida gastó \$20 diarios en Inglaterra, \$30 diarios en Francia y \$20 diarios en España. Sus gastos adicionales fueron de \$10 diarios en cada país. Los registros del viajero indican que gastó un total de \$340 en hospedaje, \$320 en comida y \$140 en gastos adicionales durante su viaje por estos tres países. Calcule el número de días que pasó el viajero en cada país o muestre que los registros son incorrectos debido a que las cantidades gastadas no son compatibles una con la otra.

Observaciones:

- **La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.**

1) a) $\begin{cases} -4x+3y=6 & (1) \\ 8x-6y=12 & (2) \end{cases}$

Multiplicando (1) por (-1) tenemos:

$$\begin{cases} 8x-6y=-12 \\ 8x-6y=12 \end{cases} \Rightarrow 12=-12$$

Llegamos a una contradicción. Por tanto, el sistema no tiene solución.

b) $\begin{cases} 3x-9y=9 \\ x-3y=3 \end{cases}$

Haciendo $\frac{1}{3}$ (1) nos queda:

$$\begin{cases} x-3y=3 \\ x-3y=3 \end{cases} \Rightarrow x-3y=3$$

$\Rightarrow$ $x=3+3y$.

Así, el conjunto solución será

$S=\{(3+3y, y) : y \in \mathbb{R}\}$.

c) $\begin{cases} 5x+6y=4 \\ 6x-4y=8 \end{cases}$

Calculamos el determinante:

$$\det=(5)(-4)-(6)(6)=-20-36=-56 \neq 0$$

Por tanto el sistema tiene solución única.

2) Reescribiendo en términos de matrices.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 7 \\ -2 & 3 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[R_3 \to R_3+R_1]{R_2 \to R_2-R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[R_2 \to \frac{1}{3}R_2]{R_1 \to R_1-R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2/3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[R_3 \to R_3-2R_2]{R_1 \to R_1+3R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & 3 & 2/3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[R_3 \to \frac{1}{3}R_3]{R_1 \to \frac{1}{2}R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 & 2/9 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 5/2, \quad x_2 = 2/3, \quad x_3 = 2/9.$$

3)

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

En la segunda columna el primer elemento debe ser cero, por tanto no es escalonada reducida.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[R_2 \to R_2 + R_3]{R_1 \to R_1 - R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{R_1 \to R_1 - 2R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} x_1 - x_3 = -6 \\ x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_4 = 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{(-6 + x_3, 6 - 3x_3, x_3, 2) : x_3 \in \mathbb{R}\}$$

4) x_1 = días en Inglaterra
x_2 = " " Francia
x_3 = " " España

El sistema será

$$\begin{cases} 30x_1 + 20x_2 + 20x_3 = 340 \\ 20x_1 + 30x_2 + 20x_3 = 320 \\ 10x_1 + 10x_2 + 10x_3 = 140 \end{cases}$$

Powered by CamScanner

Álgebra Lineal - Examen Parcial No 1

Nombre: ______________________________ **Febrero 20 de 2025**

Instrucciones

- Lea cuidadosamente cada enunciado. No se le permitirán preguntas.
- Ud. dispone de **60** minutos para responder el examen.
- **La posesión de dispositivos electrónicos no autorizados es considerada una falta muy grave al reglamento de estudiantes (Art. 148).**
- Todas las respuestas deben estar claramente justificadas, de lo contrario no se considerarán válidas.

Preguntas de selección múltiple

En las preguntas 1 a 6 escoja la opción de respuesta que considere correcta, justifique su respuesta.

1. [5pts.] Una solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+3y-4z=16 \\ -3x+5y-z=-22 \end{cases}$ es:

   A. $(7,2,1)$ C. $(-2,3,4)$

   B. $(4,-3,-5)$ D. $(5,-2,-3)$

2. [5pts.] El sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax+5y=-1 \\ 3x+(a+2)y=4 \end{cases}$ **No** tiene solución única si:

   A. $a=3 \quad \text{o} \quad a=5.$ C. $a=-3 \quad \text{o} \quad a=5.$

   B. $a=3 \quad \text{o} \quad a=-5.$ D. $a=-3 \quad \text{o} \quad a=-5.$

3. [5pts.] Si $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se puede afirmar que:

   A. A y B están en forma escalonada.

   B. A está en forma escalonada y B están en forma escalonada reducida.

   C. A está en forma escalonada reducida y B están en forma escalonada.

   D. A y B están en forma escalonada reducida.

4. [5pts.] Si $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right)$ es la matriz ampliada de un sistema lineal 3×3, se puede afirmar que:

   A. El sistema tiene solución única.

   B. El sistema tiene infinitas soluciones con una variable libre.

   C. El sistema no tiene soluciones.

   D. El sistema tiene infinitas soluciones con dos variables libres.

5. [5pts.] Si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$ resultó de realizar la operación elemental de fila $f_3 \to f_3 - 2f_1$, de cuál de las siguientes matrices se obtuvo A.

   A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -13 \end{pmatrix}$

   B. $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & -11 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

   C. $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -9 & 17 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

   D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -5 \\ 4 & 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

6. [5pts.] Si $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 5 \end{array}\right)$ es la matriz ampliada de un sistema lineal 3×4, se puede afirmar que:

   A. El sistema tiene solución única.

   B. El sistema tiene infinitas soluciones con una variable libre.

   C. El sistema no tiene soluciones.

   D. El sistema tiene infinitas soluciones con dos variables libres.

Preguntas de desarrollo

7. [20pts.] Una fabrica de camisetas publicitarias produce tres tipos de prendas: **suéter tipo polo, camisa manga corta y camisa manga larga.** Cada una ellas requiere distintos tipos de procesamiento en tres plantas: estampado, pegado y bordado. El tiempo, en minutos, necesario para fabricar cada unidad de prenda en cada una de las plantas es el siguiente:

Prenda	**Estampado**	**Pegado**	**Bordado**
Suéter tipo polo	3	5	4
Camisa manga corta	1	2	2
Camisa manga larga	4	5	2

El tiempo diario máximo de operación de la maquinaria de la planta es:

- **Maquinaria de estampado:** 8 horas.
- **Maquinaria de pegado:** 13 horas.
- **Maquinaria de bordado:** 10 horas.

¿Cuántos suéteres y camisetas de cada tipo se pueden producir diariamente para que la maquinaria opere a su máxima capacidad? Determina el rango de soluciones posibles.

Respuestas preguntas de selección múltiple

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D

<table>
<tr><td>APELLIDOS</td><td>NOMBRE</td></tr>
<tr><td colspan="2">ENUNCIADO: Una fábrica de golosinas produce tres tipos de caramelos: Caramelo Suave (CS), Caramelo Masticable (CM) y Caramelo Duro (CD), utilizando tres ingredientes principales: Azúcar (A), Jarabe de maíz (J) y Saborizante (S). Cada unidad de CS requiere 200 kg de azúcar, 700 kg de jarabe de maíz y 300 kg de saborizante; cada unidad de CM necesita 600 kg de azúcar, 800 kg de jarabe de maíz y 500 kg de saborizante; y cada unidad de CD consume 400 kg de azúcar, 500 kg de jarabe de maíz y 700 kg de saborizante. Si la fábrica dispone de 350,000 kg de azúcar, 400,000 kg de jarabe de maíz y 300,000 kg de saborizante, ¿cuántas unidades de cada tipo de caramelo se pueden producir utilizando todo el material disponible?</td></tr>
<tr><td colspan="2">VARIABLES:</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES PROPUESTO</td><td>ARREGLO (MATRIZ) ASOCIADO AL SISTEMA DE LA IZQUIERDA:</td></tr>
<tr><td>ARREGLO ESCALONADO (REDUCIDO):</td></tr>
<tr><td>SOLUCIÓN MATEMÁTICA:</td><td>INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN:</td></tr>
<tr><td colspan="2">POSIBLE SOLUCIÓN AL PROBLEMA ORIGINAL:</td></tr>
<tr><td>NOTA</td><td></td></tr>
</table>

APELLIDOS	NOMBRE
ENUNCIADO: Una fábrica de golosinas produce tres tipos de caramelos: Caramelo Suave (CS), Caramelo Masticable (CM) y Caramelo Duro (CD), utilizando tres ingredientes principales: Azúcar (A), Jarabe de maíz (J) y Saborizante (S). Cada unidad de CS requiere 500 kg de azúcar, 700 kg de jarabe de maíz y 300 kg de saborizante; cada unidad de CM necesita 600 kg de azúcar, 800 kg de jarabe de maíz y 500 kg de saborizante; y cada unidad de CD consume 400 kg de azúcar, 500 kg de jarabe de maíz y 700 kg de saborizante. Si la fábrica dispone de 340,000 kg de azúcar, 400,000 kg de jarabe de maíz y 300,000 kg de saborizante, ¿cuántas unidades de cada tipo de caramelo se pueden producir utilizando todo el material disponible?	
VARIABLES:	
SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES PROPUESTO	ARREGLO (MATRIZ) ASOCIADO AL SISTEMA DE LA IZQUIERDA:
	ARREGLO ESCALONADO (REDUCIDO):
SOLUCIÓN MATEMÁTICA:	INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN:
POSIBLE SOLUCIÓN AL PROBLEMA ORIGINAL:	
NOTA	

<table>
<tr><td>APELLIDOS</td><td>NOMBRE</td></tr>
<tr><td colspan="2">ENUNCIADO: Una fábrica de golosinas produce tres tipos de caramelos: Caramelo Suave (CS), Caramelo Masticable (CM) y Caramelo Duro (CD), utilizando tres ingredientes principales: Azúcar (A), Jarabe de maíz (J) y Saborizante (S). Cada unidad de CS requiere 500 kg de azúcar, 700 kg de jarabe de maíz y 300 kg de saborizante; cada unidad de CM necesita 600 kg de azúcar, 800 kg de jarabe de maíz y 500 kg de saborizante; y cada unidad de CD consume 400 kg de azúcar, 500 kg de jarabe de maíz y 700 kg de saborizante. Si la fábrica dispone de 360,000 kg de azúcar, 400,000 kg de jarabe de maíz y 300,000 kg de saborizante, ¿cuántas unidades de cada tipo de caramelo se pueden producir utilizando todo el material disponible?</td></tr>
<tr><td colspan="2">VARIABLES:</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES PROPUESTO</td><td>ARREGLO (MATRIZ) ASOCIADO AL SISTEMA DE LA IZQUIERDA:</td></tr>
<tr><td>ARREGLO ESCALONADO (REDUCIDO):</td></tr>
<tr><td>SOLUCIÓN MATEMÁTICA:</td><td>INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN:</td></tr>
<tr><td colspan="2">POSIBLE SOLUCIÓN AL PROBLEMA ORIGINAL:</td></tr>
<tr><td>NOTA</td><td></td></tr>
</table>

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Primer Examen Parcial

Febrero 17 de 2025 **Nombre:** ____________________
Tiempo máximo: 80 Minutos. **Profesor:** MSc. Jorge L. Rodríguez D.

Indicaciones:

- Durante el examen no está permitido hablar con sus compañeros, prestar materiales, notas de clases o textos.
- Cualquier manipulación y/o uso durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos electrónicos (excepto calculadoras **NO** graficadoras) será considerado intento de fraude.
- Cualquier violación de las disposiciones anteriores o cualquier intento de copia será causal de **anulación** del examen al ser considerado intento de fraude y se asignará una nota de **0.0**.
- En caso de sentirse indispuesto, favor acudir al centro médico de la universidad de inmediato.
- El profesor no responderá preguntas durante el examen.

Las preguntas 1 y 2 son preguntas de opción múltiple con única respuesta. Debe indicar la opción que escoja en la hoja de preguntas y **justificar** su elección en las hojas cuadriculadas.

1. [5 pts.] El sistema con matriz ampliada $\left(\begin{array}{cc|c} \lambda & 5 & \lambda \\ \lambda & \lambda+1 & 2 \end{array}\right)$ **no** tiene solución única si y sólo si

   a. $\lambda = 0$. b. $\lambda = -1$ c. $\lambda = 4$ d. $\lambda = 0$ ó $\lambda = 4$.

2. [5 pts.] Si la matriz ampliada de un sistema de ecuaciones lineales tiene una fila nula, entonces el sistema

   a. tiene infinitas soluciones.
   b. no tiene solución única.
   c. es inconsistente.
   d. es consistente.

3. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} a + 3b - c &= 0 \\ -b - c &= 0 \\ -2a - 3b + 5c &= 0 \end{aligned}$$

   (a) [2 pts.] Escriba la matriz de coeficientes del sistema.
   (b) [2 pts.] Escriba la matriz ampliada del sistema.

(c) [8 pts.] Determine el conjunto solución del sistema usando el método de eliminación de Gauss-Jordan.

(d) [2 pts.] ¿Es $(8, 2, 2)$ una solución del sistema? Justifique.

4. Considere la matriz ampliada de un sistema lineal 4×5:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

(a) [4 pts.] ¿La matriz está en forma escalonada o escalonada reducida? Explique.

(b) [7 pts.] Determine el conjunto solución del sistema usando sustitución hacia atrás.

(c) [3 pts.] ¿Es $(-1, 1, 2, 2, 0)$ una solución del sistema? Justifique.

5. Escriba un sistema de ecuaciones lineales para resolver cada uno de los siguientes problemas. NO resuelva dicho sistema.

(a) [3 pts.] En un zoológico hay aves (de dos patas) y bestias (de cuatro patas). Si el zoológico contiene 60 cabezas y 200 patas, ¿cuántas aves y bestias viven en él?

(b) [4 pts.] Un viajero que acaba de regresar de Europa gastó \$30 diarios en Inglaterra, \$20 diarios en Francia y \$20 diarios en España por concepto de hospedaje. En comida gastó \$20 diarios en Inglaterra, \$30 diarios en Francia y \$20 diarios en España. Sus gastos adicionales fueron de \$10 diarios en cada país.

Los registros del viajero indican que gastó un total de \$340 en hospedaje, \$320 en comida y \$140 en gastos adicionales durante su viaje por estos tres países. Calcule el número de días que pasó el viajero en cada país o muestre que los registros son incorrectos debido a que las cantidades gastadas no son compatibles una con la otra.

(c) [5 pts.] La ecuación de una parábola en el plano, con eje de simetría paralelo al eje y, es de la forma $y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$. Determine, si existe, una ecuación para una parábola, con la condición indicada, que pase por los puntos $P(0, 3)$, $Q(1, 5)$, $R(-2, 5)$ y $S(-1, 3)$.

Bono: Si resuelve los sistemas **correctamente** formulados en la pregunta anterior se otorgarán puntos adicionales en dado caso (2 para el inciso (a), 4 para el inciso (b) y 3 para el inciso (c)).