

Nombre completo: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

1. **[1.2 Pto]** En un país, la distribución de las ganancias anuales de los participantes de un famoso reality show de chefs se mide mediante la curva de Lorenz. Para los chefs que participaron en la versión “MasterChef Gourmet”, la curva de Lorenz está dada por  $L_1(x) = \frac{1}{5}x^3 + \frac{4}{5}x$ , mientras que para los chefs de la versión “MasterChef Street Food” esta dada por  $L_2(x) = \frac{2}{9}x^4 + \frac{7}{9}x$ . ¿Qué grupo tiene una distribución de ganancias más equitativa?

**Recuerde:** Índice de Gini =  $2 \int_0^1 [x - L(x)] dx$

2. **[1.3 Pto]** Marta planea tener una boda única bajo el agua para celebrar su cumpleaños número 40. Para financiar esta experiencia, comienza a depositar \$2000 al año en una cuenta que paga una tasa de interés anual del 4% capitalizado continuamente, comenzando a la edad de 30 años. Suponiendo que sus pagos se hacen como un flujo continuo de ingresos. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta cuando cumpla 40 años?

**Recuerde:** Valor Futuro =  $e^{rT} \int_0^T f(t) e^{-rt} dt$ .

3. **[1.3 Pto]** En un festival de comida internacional, se ha montado diferentes stands que venden platillos típicos de cada país. El stand de comida italiana ofrece platos de pasta y estima que la utilidad generada cada hora, en dólares está dada por la función  $U(t) = 50 + 10t - 0.5t^2$ , donde  $t$  es el tiempo en horas desde que abrió el stand hasta el cierre del festival, que dura 10 horas. Encuentra la utilidad promedio generada por la hora durante el festival.

**Recuerde:** Valor Promedio =  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

4. **[1.2 Pto]** Elegir solo un punto a realizar entre A y B

**A)** En un mercado de limonada, la demanda diaria está dada por la siguiente función, donde  $q$  representa la cantidad de litros de limonada demandados y  $p$  el precio por litro (en dólares): Función de demanda:  $p = D(q) = 10 - 2q$ . La oferta diaria esta dado por la siguiente función, donde  $q$  representa la cantidad de litros de limonadas ofrecidos y  $p$  el precio por litro (en dólares): Función oferta:  $p = O(q) = q + 1$ . Encuentre el excedente del consumidor.

**Recuerde:** EC =  $\int_0^{q_0} (D(q) - p_0) dq$ , donde  $D(q)$  es la función de demanda.

**B)** Una empresa de tecnología ha lanzado un producto innovador al mercado. Se estima que la duración del ciclo de vida del producto, desde su lanzamiento hasta su obsolescencia, sigue una distribución exponencial con una función de densidad de probabilidad dada por

$$f(t) = \begin{cases} 0.3e^{-0.3t}, & \text{si } t \geq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{donde } t \text{ denota la duración del ciclo de vida del producto en meses.}$$

B1) ¿Cuál es la probabilidad de que el ciclo de vida del producto dure entre 5 y 10 meses?

B2) ¿Cuál es la probabilidad de que el ciclo de vida del producto dure más de 1 año?

**Recuerde:**  $P(a < t < b) = \int_a^b f(t) dt$

Tiempo máximo: **100 minutos**. Importante:

- ❖ Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, **¡será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude y apertura del correspondiente proceso disciplinario!**
- ❖ Justifique detalladamente cada afirmación. Cualquier respuesta sin su respectivo procedimiento quedara anulada.

Nombre completo: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

1. [1.2 Pto] En una famosa competencia internacional de videojuegos, los premios se distribuyen de manera diferente entre dos categorías. Para los participantes de la categoría "Pro-Gamers", la curva de Lorenz de distribución de premios está dada por  $L_1(x) = \frac{3}{8}x^3 + \frac{5}{8}x$ , mientras que para los de la categoría "Amateur", está dada por  $L_2(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x$ . ¿Cuál de las dos categorías tienen una distribución de premios más equitativa? **Recuerde:** Índice de Gini =  $2 \int_0^1 [x - L(x)] dx$

2. [1.3 Pto] Luis sueña con dar la vuelta al mundo en un globo aerostático para celebrar su retiro. A partir de los 40 años, comienza a depositar \$3,500 al año en una cuenta que paga una tasa de interés del 5% anual capitalizado continuamente. Suponiendo que hace estos depósitos como un flujo continuo de ingresos hasta que cumpla 60 años, ¿cuánto dinero tendrá en su cuenta cuando se retire?

**Recuerde:** Valor Futuro =  $e^{rT} \int_0^T f(t)e^{-rt} dt$ .

3. [1.3 Pto] Un cine lanza un programa de fidelidad para sus clientes frecuentes. Para cada socio del programa, el costo total en dólares que el cine incurre en proporcionar beneficios, como entradas gratuitas y descuentos en alimentos, está dado por la función  $C(n) = 200 + 50n + 3n^2$  donde  $n$  representa el número de meses desde que se inició el programa. Encuentra el costo promedio mensual durante el primer año del programa.

**Recuerde:** Valor Promedio =  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

4. [1.2 Pto] Elegir solo un punto a realizar entre A y B

A) En un mercado de fresas, la oferta diaria está dada por la siguiente función, donde  $q$  representa la cantidad de cajas de fresas ofrecidas y  $p$  el precio por caja (en dólares): Función de oferta:  $p = O(q) = 2 + q$ . La demanda diaria está dada por la siguiente función, donde  $q$  representa la cantidad de cajas de fresas demandadas y  $p$  el precio por caja (en dólares): Función de demanda:  $p = D(q) = 8 - 2q$ . Encuentre el excedente del productor.

**Recuerde:** EC =  $\int_0^{q_0} (p_0 - O(q)) dq$ , donde  $O(q)$  es la función de oferta.

B) Los drones modernos tienen un tiempo limitado de vuelo en "estado de carga completa" antes de que necesiten recargarse. Supongamos que la duración de este estado sigue una distribución exponencial con una función de densidad de probabilidad dada por

$$f(t) = \begin{cases} 0.05e^{-0.05t}, & \text{si } t \geq 0, \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{donde } t \text{ denota la duración del estado de carga completa en minutos.}$$

B1) ¿Cuál es la probabilidad de que el estado de carga completa de un drone dure entre 15 y 25 minutos?

B2) ¿Cuál es la probabilidad de que el estado de carga completa de un drone dure más de media hora?

**Recuerde:**  $P(a < t < b) = \int_a^b f(t) dt$

Tiempo máximo: **100 minutos**. Importante:

- ❖ Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, **¡será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude y apertura del correspondiente proceso disciplinario!**
- ❖ Justifique detalladamente cada afirmación. Cualquier respuesta sin su respectivo procedimiento quedará anulada.