Universidad Del Norte
Departamento Matemáticas y Estadística

October 23, 2024
Docente: Gustavo Vergara
Examen: Segundo Parcial (Fila A)

El siguiente es el segundo parcial de la asignatura de cálculo 3 ANEC. El examen tendrá una duración de 100 minutos. Justifique adecuadamente de acuerdo a lo visto en clases. Todos los puntos valen lo mismo. **Cualquier intento de copia será motivo de anulación. El préstamo de útiles o calculadoras está prohibido.**

Name:____

1. Considere la siguiente ecuación de Costo Marginal:
$$\frac{dC}{dq} = 2q + 100,$$
donde q está en unidades. Al hallar el costo este estará en \$ (dolares).
   (a) Halle la función de costo total $C(q)$ si el costo fijo es de \$ 200.
   (b) Halle el costo promedio de producir entre 20 y 100 unidades.

   Recuerde que:
$$C_{prom} = \frac{1}{b-a}\int_a^b C(q)dq$$

---

2. En el siguiente grupo de ecuaciones tenemos, a la izquierda, la ecuación de oferta. A la derecha está la ecuación de demanda:
$$p = 400 + q^2 \qquad p = 5400 - q^2.$$
Halle el punto de equilibrio y el exceso del consumidor.
Recuerde que:
$$EC = \int_0^{q_0} (\text{Demanda} - p_0)dq.$$

---

3. Halle el área bajo la curva $y = e^{3x+1}$ en el intervalo $(-\infty, 0)$.

---

4. Considere la siguiente función de densidad:
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x^3} & \text{si} \quad x > 0 \\ 0 & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$$
Halle $P(1 \leq X \leq 2)$ y $P(X \geq 2)$.
Recuerde que:
$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx, \qquad P(X \geq c) = \int_c^\infty f(x)dx.$$

1 Respuestas

1. (a) Al integrar obtenemos $C(q) = q^2 + 100q + C$, y como $C(0) = 200$ entonces:

$$C(q) = q^2 + 100q + 200$$

   (b) El costo promedio está dado por:

$$\bar{C} = \frac{1}{100 - 20} \int_{20}^{100} q^2 + 100q + 200dq = \frac{1}{80} \left(\frac{q^3}{3} + 50q^2 + 200q|_{20}^{100} \right) \approx 10333.33.$$

2. Igualando obtenemos que $400 + q^2 = 5400 - q^2$ por lo que $q^2 = 2500$. Luego $q_0 = 50$ y $p_0 = 2900$. Ahora el excedente del consumidor es

$$EC = \int_0^{50} 5400 - q^2 - 2900dq = \int_0^{50} 2500 - q^2 dq = 2500q^2 - \frac{q^3}{3}|_0^{50} \approx 83333.33$$

3. Resolvemos la integral indefinida tomando $u = 3x + 1$ con lo que $du = 3dx$. Así:

$$\int e^{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int e^u du = \frac{1}{3} e^{3x+1} + C.$$

   Evaluando en los límites y tomando $t \to -\infty$ se tiene:

$$\frac{1}{3} e^{3(0)+1} - (0) \approx 0.90.$$

4. Primero resolvamos la integral:

$$\int \frac{2}{x^3} dx = -\frac{1}{x^2} + C.$$

   Luego:

$$P(1 \leq X \leq 2) = \left(-\frac{1}{(2)^2} \right) - \left(-\frac{1}{(1)^2} \right) = -\frac{1}{4} + 1 = 0.75$$

   Ahora

$$P(X \geq 2) = \lim_{t \to \infty} \left(-\frac{1}{(t)^2} \right) - \left(-\frac{1}{(2)^2} \right) = \frac{1}{4} = 0.25.$$

The End.

Universidad Del Norte
Departamento Matemáticas y Estadística

October 23, 2024
Docente: Gustavo Vergara
Examen: Segundo Parcial (Fila B)

> El siguiente es el segundo parcial de la asignatura de cálculo 3 ANEC. El examen tendrá una duración de 100 minutos. Justifique adecuadamente de acuerdo a lo visto en clases. Todos los puntos valen lo mismo. **Cualquier intento de copia será motivo de anulación. El préstamo de útiles o calculadoras está prohibido.**

Name:____

1. Considere la siguiente ecuación de Costo Marginal:

$$\frac{dC}{dq} = 2q + 100,$$

donde q está en unidades. Al hallar el costo este estará en $ (dolares).

(a) Halle la función de costo total $C(q)$ si el costo fijo es de $ 200.

(b) Halle el costo promedio de producir entre 20 y 100 unidades.

Recuerde que:

$$C_{prom} = \frac{1}{b-a}\int_a^b C(q)dq$$

---

2. En el siguiente grupo de ecuaciones tenemos, a la izquierda, la ecuación de demanda. A la derecha está la ecuación de oferta:

$$p = 5800 - q^2. \qquad p = 800 + q^2$$

Halle el punto de equilibrio y el exceso del consumidor.
Recuerde que:

$$EC = \int_0^{q_0} (\text{Demanda} - p_0)dq.$$

---

3. Halle el área bajo la curva $y = e^{3x-1}$ en el intervalo $(-\infty, 0)$.

---

4. Considere la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x^4} & \text{si} \quad x > 0 \\ 0 & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

Halle $P(1 \leq X \leq 2)$ y $P(X \geq 2)$.
Recuerde que:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx, \qquad P(X \geq c) = \int_c^\infty f(x)dx.$$

1 Respuestas

1. (a) Al integrar obtenemos $C(q) = q^2 + 100q + C$, y como $C(0) = 200$ entonces:

$$C(q) = q^2 + 100q + 200$$

   (b) El costo promedio está dado por:

$$\bar{C} = \frac{1}{100-20}\int_{20}^{100} q^2 + 100q + 200dq = \frac{1}{80}\left(\frac{q^3}{3} + 50q^2 + 200q|_{20}^{100}\right) \approx 10333.33.$$

2. Igualando obtenemos que $800 + q^2 = 5800 - q^2$ por lo que $q^2 = 2500$. Luego $q_0 = 50$ y $p_0 = 3300$. Ahora el excedente del consumidor es

$$EC = \int_0^{50} 5800 - q^2 - 3300dq = \int_0^{50} 2500 - q^2dq = 2500q^2 - \frac{q^3}{3}|_0^{50} \approx 83333.33$$

3. Resolvemos la integral indefinida tomando $u = 3x - 1$ con lo que $du = 3dx$. Así:

$$\int e^{3x-1}dx = \frac{1}{3}\int e^u du = \frac{1}{3}e^{3x-1} + C.$$

   Evaluando en los límites y tomando $t \to -\infty$ se tiene:

$$\frac{1}{3}e^{3(0)-1} - (0) \approx 0.12.$$

4. Primero resolvamos la integral:

$$\int \frac{3}{x^4}dx = -\frac{1}{x^3} + C.$$

   Luego:

$$P(1 \le X \le 2) = \left(-\frac{1}{(2)^3}\right) - \left(-\frac{1}{(1)^3}\right) = -\frac{1}{8} + 1 = 0.875.$$

   Ahora

$$P(X \ge 2) = \lim_{t\to\infty}\left(-\frac{1}{(t)^3}\right) - \left(-\frac{1}{(2)^3}\right) = \frac{1}{8} = 0.125.$$

The End.