

Universidad del Norte
Departamento de Matemáticas y Estadística

Docente: Gustavo Quintero

Curso: Cálculo III (ANEC)

Tipo de examen: Primer parcial (Fila A)

Nombre:

1. Resuelva las siguientes integrales indefinidas:

(a) $\int \frac{3 - x^2 e^x}{x^2} dx.$

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$ *Sugerencia:* Use integración por sustitución.

(c) $\int x^3 e^{-2x} dx.$ *Sugerencia:* Use integración por partes.

2. La función de ingreso marginal de un fabricante es

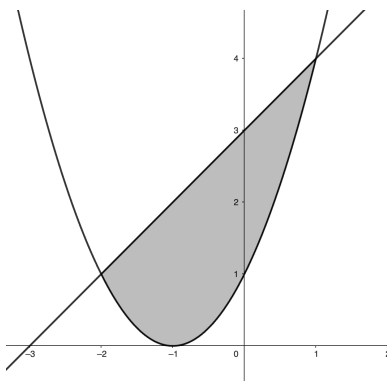
$$r'(q) = \frac{dr}{dq} = \frac{2000}{\sqrt{300q}}.$$

Si r está en dólares, encuentre el cambio en el ingreso total del fabricante si la producción aumenta de 500 a 800 unidades.

3. Usando la regla de los trapecios o la regla de Simpson aproxime la siguiente integral definida con $n = 6$:

$$\int_{-1}^1 e^{x^2} dx.$$

4. Encuentre el área de la región limitada por las gráficas de $y = x^2 + 2x + 1$ e $y = x + 3$, conforme se ilustra en la siguiente figura:



Observaciones:

- Justifique detalladamente cada afirmación. Cualquier respuesta sin su respectivo procedimiento quedará anulada.
- Queda prohibido el uso de dispositivos electrónicos (celular, tablet, reloj inteligente, computador personal, etc.), hablar con otros compañeros y el préstamo de objetos durante la prueba. Cualquier fraude o intento de fraude académico será causal de anulación.
- El examen tendrá una duración de **100 minutos**.

Universidad del Norte
Departamento de Matemáticas y Estadística

Docente: Gustavo Quintero

Curso: Cálculo III (ANEC)

Tipo de examen: Primer parcial (Fila B)

Nombre:

1. Resuelva las siguientes integrales indefinidas:

(a) $\int \frac{5 - x^3 e^x}{x^3} dx.$

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} dx.$ *Sugerencia:* Use integración por sustitución.

(c) $\int x^3 e^{-3x} dx.$ *Sugerencia:* Use integración por partes.

2. La función de ingreso marginal de un fabricante es

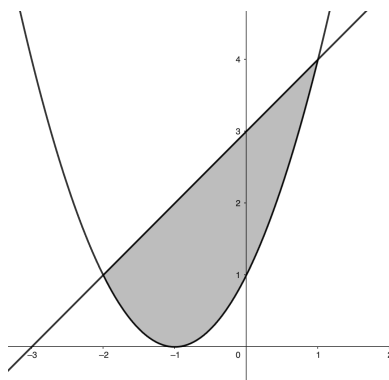
$$R'(q) = 100 + 50q - 3q^2.$$

Si R es el valor monetario, encuentre el cambio en el ingreso total del fabricante si la producción aumenta de 10 a 20 unidades.

3. Usando la regla de los trapecios o la regla de Simpson aproxime la siguiente integral con $n = 6$:

$$\int_{-1}^1 \ln(x + 2) dx.$$

4. Encuentre el área de la región limitada por las gráficas de $y = x^2 + 2x + 1$ e $y = x + 3$, conforme se ilustra en la siguiente figura:



Observaciones:

- Justifique detalladamente cada afirmación. Cualquier respuesta sin su respectivo procedimiento quedará anulada.
- Queda prohibido el uso de dispositivos electrónicos (celular, tablet, reloj inteligente, computador personal, etc.), hablar con otros compañeros y el préstamo de objetos durante la prueba. Cualquier fraude o intento de fraude académico será causal de anulación.
- El examen tendrá una duración de **100 minutos**.

Solución parcial A

1. (a)

$$\int \frac{3 - x^2 e^x}{x^2} dx = \int \frac{3}{x^2} dx - \int e^x dx = -\frac{3}{x} - e^x + C$$

(b) Sustituyendo $u = 1 - x^2$ tenemos $du = -2x dx$ y por tanto

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{-1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{u}} du = -\sqrt{u} + C = -\sqrt{1-x^2} + C$$

(c) Usamos integración por partes:

$$u = x^3, dv = e^{-2x} dx$$

$$du = 3x^2 dx, v = \frac{-1}{2} e^{-2x}$$

$$\int x^3 e^{-2x} dx = \frac{-x^3}{2} e^{-2x} + \frac{3}{2} \int x^2 e^{-2x} dx$$

Repetimos el proceso de integración por partes dos veces más para la solución completa:

$$\begin{aligned} \int x^3 e^{-2x} dx &= \frac{-x^3}{2} e^{-2x} + \frac{3}{2} \left(\frac{-x^2}{2} e^{-2x} + \frac{3}{2} \left(\frac{-x}{2} e^{-2x} + \frac{1}{4} e^{-2x} \right) \right) + C \\ &= e^{-2x} \left(\frac{-x^3}{2} - \frac{3x^2}{4} - \frac{3x}{4} + \frac{3}{8} \right) + C \end{aligned}$$