Departamento de Matemáticas y Estadística
Primer parcial de Cálculo III (ANEC) 202410
Fila A
Febrero 28 de 2024

Nombre completo:______________________________ Código:______________________________

1. **[16 pts]** Resuelva la integral indefinida dada a continuación.

   (a) [4 pts] $\int x^2(5 - x^3)\, dx$.

   (b) [7 pts] $\int x\sqrt{x-4}\, dx$. *Sugerencia:* Use el método de integración por sustitución.

   (c) [5 pts] $\int 4x^2 e^{3x}\, dx$. *Sugerencia:* Use integración por partes o el método de tabulación.

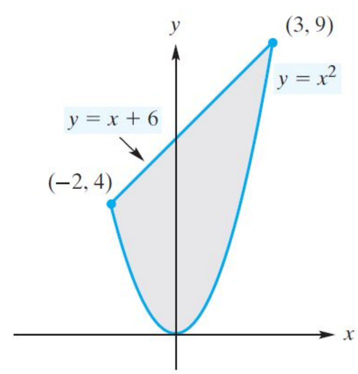
---

2. **[14 pts]** Emplee la regla del trapecio o la regla de Simpson y el valor de $n = 6$ para estimar la integral

$$\int_0^1 e^{x^2}\, dx.$$

---

3. **[12 pts]** Determine el área de la región sombreada.



---

4. **[8 pts]** La función de costo marginal de un fabricante es

$$\frac{dc}{dq} = 0.008q^2 - 0.5q + 40.$$

Si c está en dólares, determine el costo de incrementar la producción de 80 a 200 unidades.

Tiempo máximo: 100 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución fila A

①

a) $\int x^2(5-x^3)\,dx = \int (5x^2 - x^5)\,dx$

$= \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^6 + C.$

b) $\int x\sqrt{x-4}\,dx$; $u = x-4$ $du = dx$

$= \int (u+4)\,u^{1/2}\,du$

$= \int (u^{3/2} + 4u^{1/2})\,du = \frac{2}{5}(x-4)^{5/2} + \frac{8}{3}(x-4)^{3/2} + C$

c) $\int 4x^2 e^{3x}\,dx.$

Método tabulación.

D		I
$4x^2$	+	e^{3x}
$8x$	−	$\frac{1}{3}e^{3x}$
8	+	$\frac{1}{9}e^{3x}$
0		$\frac{1}{27}e^{3x}$

$\Rightarrow \int 4x^2 e^{3x}\,dx = \frac{4}{3}x^2 e^{3x} - \frac{8}{9}xe^{3x} + \frac{8}{27}e^{3x} + C.$

② $\int_0^1 e^{x^2}\,dx$

$a=0,\ b=1,\ f(x)=e^{x^2}$ y $n=6. \Rightarrow h = 1/6$

- $f(a) = f(0) = e^0 = 1$
- $f(a+h) = f(1/6) = e^{1/36}$
- $f(a+2h) = f(1/3) = e^{1/9}$
- $f(a+3h) = f(1/2) = e^{1/4}$
- $f(a+4h) = f(2/3) = e^{4/9}$
- $f(a+5h) = f(5/6) = e^{25/36}$
- $f(b) = f(1) = e$

Regla del trapecio

$$\int_0^1 e^{x^2}\,dx \approx \frac{1/6}{2}\left[1 + 2e^{1/36} + 2e^{1/9} + 2e^{1/4} + 2e^{4/9} + 2e^{25/36} + e\right] \approx 1{,}475.$$

Regla de Simpson

$$\int_0^1 e^{x^2}\,dx \approx \frac{1/6}{3}\left[1 + 4e^{1/36} + 2e^{1/9} + 4e^{1/4} + 2e^{4/9} + 4e^{25/36} + e\right] \approx 1{,}462$$

③

$$\text{área} = \int_{-2}^{3} (x+6-x^2)\,dx = \frac{125}{6}.$$

④ El costo de incrementar la producción de 80 a 200 unidades es

$$C = \int_{80}^{200} (0{,}008q^2 - 0{,}5q + 40)\,dq$$

$= 16368$ dólares.

Departamento de Matemáticas y Estadística
Primer parcial de Cálculo III (ANEC) 202410
Fila B
Febrero 28 de 2024

Nombre completo:____________________Código:____________________

1. [**16 pts**] Resuelva la integral indefinida dada a continuación.
   (a) [4 pts] $\int x^3(1-2x^5)\,dx$.
   (b) [7 pts] $\int x\sqrt{x+6}\,dx$. *Sugerencia:* Use el método de integración por sustitución.
   (c) [5 pts] $\int 5x^2e^{4x}\,dx$. *Sugerencia:* Use integración por partes o el método de tabulación.

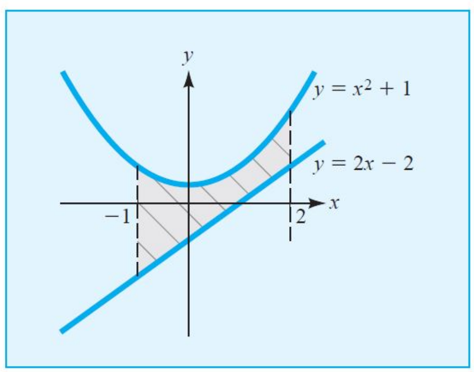
---

2. [**14 pts**] Emplee la regla del trapecio o la regla de Simpson y el valor de $n = 6$ para estimar la integral

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx.$$

---

3. [**12 pts**] Determine el área de la región sombreada.



---

4. [**8 pts**] La función de costo marginal de un fabricante es

$$\frac{dc}{dq} = 0.006q^2 - 0.5q + 80.$$

Si c está en dólares, determine el costo de incrementar la producción de 50 a 150 unidades.

Tiempo máximo: 100 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

①

Solución fila B.

a) $\int x^3(1-2x^5)\,dx = \int (x^3-2x^8)\,dx$

$= \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{9}x^9 + C.$

b) $\int x\sqrt{x+6}\,dx$; $u = x+6$ $\quad du = dx$

$= \int (u-6)u^{1/2}\,du$

$= \int (u^{3/2} - 6u^{1/2})\,du = \frac{2}{5}(x+6)^{5/2} - 4(x+6)^{3/2} + C.$

c) $\int 5x^2 e^{4x}\,dx$

Método tabulación

D		I
$5x^2$	+	e^{4x}
$10x$	−	$\frac{1}{4}e^{4x}$
10	+	$\frac{1}{16}e^{4x}$
0		$\frac{1}{64}e^{4x}$

$\Rightarrow \int 5x^2 e^{4x}\,dx = \frac{5}{4}x^2 e^{4x} - \frac{5}{8}x e^{4x} + \frac{5}{32}e^{4x} + C.$

② $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$

$a=0,\ b=1,\ f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ y $n=6 \Rightarrow h = 1/6$

- $f(a) = f(0) = 1$
- $f(a+h) = f(1/6) = 36/37$
- $f(a+2h) = f(1/3) = 9/10$
- $f(a+3h) = f(1/2) = 4/5$
- $f(a+4h) = f(2/3) = 9/13$
- $f(a+5h) = f(5/6) = 36/61$
- $f(b) = f(1) = 1/2$

Regla del trapecio

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx \approx \frac{1/6}{2}\left[1 + 2\cdot\frac{36}{37} + 2\cdot\frac{9}{10} + 2\cdot\frac{4}{5} + 2\cdot\frac{9}{13} + 2\cdot\frac{36}{61} + \frac{1}{2}\right] \approx 0{,}784$$

Regla de Simpson

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx \approx \frac{1/6}{3}\left[1 + 4\cdot\frac{36}{37} + 2\cdot\frac{9}{10} + 4\cdot\frac{4}{5} + 2\cdot\frac{9}{13} + 4\cdot\frac{36}{61} + \frac{1}{2}\right] \approx 0{,}785$$

//

③

$$\text{área} = \int_{-1}^{2} [(x^2+1) - (2x-2)]\,dx = 9$$

④ El costo de incrementar la producción de 50 a 150 unidades es

$$C = \int_{50}^{150} (0{,}006q^2 - 0{,}5q + 80)\,dq$$

$= 9500$ dólares.

//