

 <b>UNIVERSIDAD DEL NORTE</b>	<b>UNIVERSIDAD DEL NORTE DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA</b>
--	---

## 1. Identificación

<b>División</b>	Ciencias Básicas
<b>Departamento</b>	Matemáticas y Estadística
<b>Nombre de la asignatura</b>	Cálculo III (ANEC)
<b>Nivel de la asignatura</b>	Pregrado
<b>Código de la asignatura</b>	MAT 4260
<b>Requisitos</b>	MAT - Cálculo II (ANEC)
<b>NRC</b>	2347, 2348, 2349, 2351, 2352
<b>Co – requisitos</b>	No tiene
<b>Número de créditos del curso</b>	4
<b>Número de semanas</b>	16 semanas
<b>N° de horas semanales</b>	4 horas
<b>N° de horas de trabajo independiente</b>	12 horas
<b>Idioma de Curso</b>	Español
<b>Modalidad de la asignatura</b>	Presencial
<b>Período</b>	II semestre de 2024
<b>Coordinador</b>	Nombre: Jonathan González Ospino Email: <a href="mailto:gjonathan@uninorte.edu.co">gjonathan@uninorte.edu.co</a> Ubicación: Bloque J, oficina 612J
<b>Profesores</b>	Francisco Arias Dominguez Gustavo Quintero Álvarez Gustavo Vergara Rolong Harry Charris Polo Jaider Blanco Gamarra

## 2. Descripción de la Asignatura

El curso comienza con un repaso de la integral indefinida, su interpretación y métodos de solución. Posteriormente, se introduce la integral definida a partir de su relación con el área bajo una curva y luego como el resultado de una variación funcional, enfatizando en aplicaciones como el área entre curvas, los excedentes del consumidor y productor, el valor promedio de una función y anualidades. Más adelante, se extiende la integral definida al cálculo de integrales impropias del primer tipo y sus aplicaciones.

Luego se extiende el concepto de integral al cálculo de integrales dobles y sus aplicaciones, culminando el curso con una introducción a las ecuaciones diferenciales, en donde se tratarán las ecuaciones diferenciales de variables separables, las lineales de primer orden, las ecuaciones exactas y sus aplicaciones en el ámbito económico.

## 3. Objetivo general

Este curso pretende que el alumno desarrolle competencias básicas que le permita: aprender a aprender, pensar de manera sistemática y crítica, desarrollar habilidades comunicativas y comprender su responsabilidad ética y profesional; desarrollando habilidades genéricas para el trabajo, para la toma de decisiones, la adaptabilidad tecnológica y la autodirección, utilizando como pretexto el contenido de la asignatura.

## 4. Resultados de aprendizaje esperados a nivel programa

- Administración: Formar un profesional creativo, recursivo e ingenioso, con capacidad de análisis y síntesis, lo que le permite el correcto planteamiento de una idea o solución innovadora frente a escenarios dinámicos presentes en el universo empresarial.
- Negocios Internacionales: Formular e implementar estrategias de negocios en un contexto global, como conocedor de aspectos económicos, políticos, legales, sociales y culturales del dinámico entorno internacional, que impactan en el desarrollo de las organizaciones donde se desempeña.
- Economía: Investigar desde una perspectiva económica las problemáticas del entorno con el fin de buscar la forma más adecuada para promover su solución.
- Contaduría: Adquirir habilidades cuantitativas y financieras, que le permitan hacer un análisis profundo de la situación contable de las empresas a la luz de los estándares internacionales.

## 5. Justificación

Las asignaturas designadas ANEC, se ofrecen a los estudiantes de los programas de Administración de Empresas, Economía, Negocios Internacionales y Contaduría, en los cuales se requiere del estudio y comprensión de conceptos cuantitativos tales como precio, ingreso, costo, utilidad, inversiones, valor presente, valor futuro, entre otros; lo cual indica que gran parte del análisis de estos conceptos se realiza a través de las matemáticas. Las matemáticas permiten usar símbolos que corresponden a variables que se observan en el mundo real, determinar las propiedades de tales variables por observación y luego enunciar dichas propiedades en lenguaje matemático. Esto nos indica que los estudiantes de Administración de Empresas, Economía, Negocios Internacionales y Contaduría necesitan diversas herramientas matemáticas que les permita enfrentar con éxito el estudio de fenómenos económicos tales como los procesos continuos, que se describen y analizan utilizando derivadas e integrales, en una o varias variables, así como la modelación y solución de problemas que tienen como objetivo encontrar un área mínima, el menor coste, la forma óptima, el máximo beneficio, etc. Todos estos problemas, caen dentro de la categoría de optimización de funciones y pueden ser resueltos con estas herramientas.

## 6. Resultados de Aprendizaje de la asignatura (RA)

Al finalizar la asignatura, los estudiantes deben estar en capacidad de:

### 6.1. Reconocer la integral definida y su relación con la integral indefinida a través del Teorema Fundamental del Cálculo, utilizándola en la solución de situaciones problema que puedan ser modeladas y resueltas a través de la aplicación de éstas.

#### 6.1.1. Indicadores de desempeño (ID)

- 6.1.1.1. Establece relaciones entre la integral definida de una función  $y = f(x)$ , expresada como  $\int_a^b f(x)dx$ , con referencia al área encerrada entre la gráfica de  $y = f(x)$  y el eje  $x$ .
- 6.1.1.2. Explica las propiedades de la integral definida, utilizando la interpretación de la integral definida como el área bajo una curva.
- 6.1.1.3. Determina áreas acotadas por diferentes tipos de curvas.
- 6.1.1.4. Resuelve situaciones problema que puedan ser modeladas a través de integrales definidas, en donde se involucren términos afines a la Administración de Empresas, Economía, Negocios Internacionales y Contaduría, que deben ser resueltas a través de métodos diversos de integración.

### 6.2. Interpretar la integral definida como el área entre curvas o una variación funcional y la utiliza en la solución de problemas propios de las ciencias económicas.

### **6.2.1. Indicadores de desempeño**

- 6.2.1.1. Expresa el área entre curvas en término de integrales definidas, y viceversa.
- 6.2.1.2. Dadas funciones de demanda y oferta, en término de unidades  $q$ , determina el excedente de los consumidores y el excedente de los productores.
- 6.2.1.3. Determina, utilizando integrales definidas, variaciones de costo, ingresos y anualidades continuas.
- 6.2.1.4. Determina el valor medio de funciones en un intervalo determinado y aplica el concepto a costos, utilidades y ganancias promedio.

## **6.3. Reconocer la integral impropia como una clase especial de integral definida en las que el intervalo de integración o la función en el integrando o ambos presentan ciertas particularidades y que pueden ser resueltas mediante la conjunción de métodos de integración y límites al infinito.**

### **6.3.1. Indicadores de desempeño**

- 6.3.1.1. Reconoce el comportamiento en el infinito de funciones racionales, exponenciales, logarítmicas y polinómicas básicas.
- 6.3.1.2. Define la integral impropia como un límite al infinito de una integral definida.
- 6.3.1.3. Utiliza integrales impropias para definir funciones de densidad de probabilidad.

## **6.4. Utilizar integrales dobles, interpretándolas gráficamente, para resolver problemas de áreas, volúmenes y valor promedio de una función sobre una región.**

### **6.4.1. Indicadores de desempeño**

- 6.4.1.1. Resuelve integrales dobles mediante integración simple iterada.
- 6.4.1.2. Reconocer cuando una función de dos variables es integrable sobre una región rectangular y la evalúa escribiéndola como una integral iterada.
- 6.4.1.3. Utiliza integrales dobles para resolver problemas en contextos económicos, especialmente el valor promedio de una función sobre una región.

## **6.5. Resolver ecuaciones diferenciales, utilizando métodos adecuados, para dar respuesta a situaciones de cambio de una o varias variables en contextos económicos.**

### **6.5.1. Indicadores de desempeño**

- 6.5.1.1. Resuelve ecuaciones diferenciales utilizando el método de separación de variables.
- 6.5.1.2. Resuelve ecuaciones diferenciales de primer orden utilizando un factor integrador.

6.5.1.3. Resuelve problemas aplicados que involucran ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

## **7. Actividades de valoración asociadas a los resultados de aprendizaje**

Entre las actividades que se propondrán a los estudiantes para monitorear y valorar la comprensión, avance y dificultades en la adquisición de los resultados del aprendizaje propuestos, tenemos:

- 7.1. Exámenes cortos de solución individual.
- 7.2. Actividades grupales en clase o fuera de ella.
- 7.3. Exámenes escritos, diseñados con preguntas de desarrollo, en los cuales los estudiantes deberán presentar en forma clara y ordenada, el procedimiento completo que les permita obtener una solución.
- 7.4. Presentación de soluciones de ejercicios en clase (participación en clase).
- 7.5. Sesiones de retroalimentación y/o de nuevas oportunidades para que los estudiantes puedan demostrar la superación de las dificultades detectadas.

## **8. Actividades de Aprendizaje asociadas a los resultados de aprendizaje**

Las actividades que deben realizar los estudiantes para asegurar una disposición adecuada para enfrentar las actividades de valoración que se propondrán durante el curso, serán:

- 8.1. Lectura previa de los temas a tratar en clase, los cuales estarán disponibles en el curso correspondiente de la plataforma Brightspace o en la página web del curso.
- 8.2. Reconstrucción de los ejemplos resueltos en los documentos disponibles, ya sea en el texto guía o en los documentos alojados en la plataforma Brightspace o en la página web del curso.
- 8.3. Estudio de las definiciones, algoritmos y ejemplos expuestos en cada clase, utilizando el tiempo presupuestado para el trabajo autónomo del estudiante.
- 8.4. Solución de ejercicios y problemas propuestos en cada tema, alojados en el contenido del curso en la plataforma Brightspace y descritos en el syllabus de la asignatura.
- 8.5. Asistencia a tutorías individuales y/o grupales ofrecidas por el profesor y el CREE en los horarios propuestos.

## 9. Programación del curso

### **UNIDAD No 1**

#### **Integral definida**

**Duración:** 20 horas

- 1.1 Repaso de integración
- 1.2 Integrales definidas
- 1.3 El teorema fundamental del cálculo
- 1.4 Integración aproximada
  - 1.4.1 Regla del trapecio
  - 1.4.2 Regla de Simpson
- 1.5 Área bajo una curva
- 1.6 Área de una región entre dos curvas
- 1.7 Aplicaciones económicas de la integración
  - 1.7.1 Curva de Lorenz-Índice de Gini
  - 1.7.2 Excedentes del consumidor y productor
  - 1.7.3 Valor promedio de una función
  - 1.7.4 Integral aplicada a anualidades
    - 1.7.4.1 Valor futuro
    - 1.7.4.2 Valor presente

### **UNIDAD No 2**

#### **Extensión del concepto de integral**

**Duración:** 12 horas

- 2.1 Comportamiento en el infinito de ciertas funciones
  - 2.1.1 Funciones racionales
  - 2.1.2 Función exponencial
  - 2.1.3 Función logarítmica
- 2.2 La integral impropia y su interpretación
  - 2.2.1 Utilidades futuras para un negocio
  - 2.2.2 Ecuación de Stigler
  - 2.2.3 Consumo de un producto
- 2.3 Funciones de densidad de probabilidad
  - 2.3.1 Función de densidad uniforme
  - 2.3.2 Función de densidad exponencial
  - 2.3.3 Función de distribución acumulada

### **UNIDAD No 3**

#### **Integrales dobles**

**Duración:** 16 horas

- 3.1 Cálculo de integrales dobles
- 3.2 Integrales dobles sobre regiones rectangulares y no rectangulares
- 3.3 Determinación de los límites de integración
- 3.4 Cambio del orden de integración
- 3.5 Aplicaciones de las integrales dobles

- 3.5.1 Área de una región del plano
- 3.5.2 Volumen de un sólido
- 3.5.3 Valor promedio de una función de dos variables
- 3.5.4 Problemas asociados a producción, utilidad y valor de una propiedad

#### **UNIDAD No 4**

##### **Ecuaciones diferenciales**

**Duración:** 16 horas

- 4.1 Definiciones básicas
- 4.2 Ecuaciones diferenciales de variables separables
  - 4.2.1 Tasa de depreciación
  - 4.2.2 Crecimiento de inversión
  - 4.2.3 Problemas asociados con producción e ingresos
- 4.3 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden
  - 4.3.1 Tasa de interés capitalizado continuamente
  - 4.3.2 Problemas asociados al precio de un bien en el mercado
  - 4.3.3 Modelo de ajuste de precio de Evans
  - 4.3.4 Modelo financiero: Ecuaciones diferenciales acopladas
- 4.4 Ecuaciones exactas
- 4.5 Factores integrantes

##### **Actividades para trabajo independiente**

- Lectura previa del temario de acuerdo con el syllabus.
- Actividades de formación integral (Brightspace).
- Repaso de apuntes con ejercicios y procedimientos.

## **10. Metodología**

Los objetivos de esta parcelación solo serán posibles lograrlos si el estudiante asume responsablemente las riendas de su aprendizaje y el profesor realiza todo lo que esté a su alcance para que el estudiante se apropie de los conceptos y procedimientos propuestos en esta asignatura. Se deberá utilizar un lenguaje asequible y claro, apoyado en los diferentes sistemas de representación para ayudar a que el estudiante desarrolle un aprendizaje efectivo. El estudiante debe tener una actitud activa frente a su proceso de aprendizaje, deberá estudiar previamente los temas y ejercicios asignados por su profesor y propuestos en esta parcelación, ya que el estudio permanente de las definiciones y los conceptos, la práctica continua, organizada y disciplinada de ejercicios y problemas es un camino adecuado para aprender matemáticas efectivamente, y es una actividad que no se puede prescindir de ella si se quiere desarrollar la capacidad de aprender a aprender.

Entre las actividades tendientes a lograr una efectiva apropiación de los conceptos, están:

- La exposición presencial de los temas por parte del profesor (los cuales deben ser leídos previamente por los alumnos), utilizando los diferentes espacios dispuestos

por la universidad. El material que se desarrollará en las clases estará disponible con anterioridad en la página del curso.

- La formulación de preguntas durante la clase para estimular la participación de los alumnos.
- La programación de ejercicios y problemas durante la clase y evaluación de estos.
- La asignación de material complementario (en español o inglés) mediante la página de la asignatura (actividades de formación integral).
- La asignación de trabajos para realizar de manera remota utilizando la plataforma Brightspace.

## 11. Medios

Básicamente en el curso se utilizarán:

- Textos guías y calculadora científica.
- Brightspace.
- Página Web de la asignatura, aquí reposarán solucionarios de parciales anteriores y talleres con ejercicios propuestos.
- Tablero y marcadores.
- Recursos de la web: Youtube, Quizziz, Padlet, Nearpod, Educaplay y Geogebra.

## 12. Evaluación

La evaluación debe ser continua y atendiendo las competencias e indicadores de desempeño propuestos por la institución, con el propósito de verificar las habilidades y destrezas adquiridas por el estudiante en el desarrollo de su proceso de formación.

Periodo	Evidencia de aprendizaje	Ponderación
Corte I (Semanas 1-2-3-4)	El Parcial I se realizará en la quinta semana de clases: <b>26 agosto – 30 agosto</b>	25%
Corte II (Semanas 5-6-7-8)	El Parcial II se realizará en la novena semana de clases: <b>23 septiembre – 27 septiembre</b>	25%
Corte III (Semanas 9-10-11-12)	El Parcial III se realizará en la décimo tercera semana de clases: <b>28 octubre – 1 noviembre</b>	25%
Corte IV (Semanas 13-14-15-16)	El Final se hará de acuerdo con la fecha establecida por Registro	25%



**Cada corte estará conformado por:**  
**Quiz y/o actividades en clase, 30% del valor del corte.**  
**Evaluación individual escrita (Parcial), 70% del valor del corte.**

### **13. Bibliografía**

#### **13.1 Textos guías:**

**13.1.1** HAEUSSLER ERNEST, PAUL RICHARD y WOOD RICHARD. *Matemáticas para administración y economía*. Pearson. Decimotercera edición, 2015.

**13.1.2** HOFFMANN LAURENCE, BRADLEY GERALD y ROSEN KENNETH. *Cálculo aplicado para Administración, Economía y Ciencias Sociales*. McGraw Hill-Interamericana. Octava edición, 2006.

#### **13.2 Textos de consulta:**

**13.2.1** ARYA JAGDISH y LARDNER ROBIN. *Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía*. Prentice Hall. Quinta edición, 2009.

**13.2.2** R. BARNETT, M. ZIEGLER and K. BYLEEN. *Calculus for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences*. Pearson. Thirteenth edition - Global edition, 2015.

**13.2.3** L. HOFFMANN and G. BRADLEY. *Applied Calculus For Business, Economics, and the Life Sciences*. McGraw-Hill. Tenth edition, 2010.

**13.2.4** FRANK BUDNICK. *Matemáticas aplicadas para administración economía y ciencias sociales*. McGraw Hill. Cuarta edición, 2007.

#### **13.3 Texto complementario:**

**13.3.1** D. ZILL. *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*. Cengage Learning. Eleventh edition, 2018.

**13.3.2** ZILL DENNIS. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. CENGAGE Learning, Décima edición, 2015.